

ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ,

ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Πτυχιακή Εργασία

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΗ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Επιμέλεια: Βαρβαρέλης Ηλίας

Επιβλέπων καθηγητής: Μακρής Ηλίας

**ΔΗΛΩΣΗ ΜΗ ΛΟΓΟΚΛΟΠΗΣ ΚΑΙ
ΑΝΑΛΗΨΗΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΕΥΘΥΝΗΣ**

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ενυπογράφως ότι είμαι αποκλειστικός συγγραφέας της παρούσας Πτυχιακής Εργασίας, για την ολοκλήρωση της οποίας κάθε βοήθεια είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται λεπτομερώς στην εργασία αυτή. Έχω αναφέρει πλήρως και με σαφείς αναφορές, όλες τις πηγές χρήσης δεδομένων, απόψεων, θέσεων και προτάσεων, ιδεών και λεκτικών αναφορών, είτε κατά κυριολεξία είτε βάσει επιστημονικής παράφρασης. Αναλαμβάνω την προσωπική και ατομική ευθύνη ότι σε περίπτωση αποτυχίας στην υλοποίηση των ανωτέρω δηλωθέντων στοιχείων, είμαι υπόλογος έναντι λογοκλοπής, γεγονός που σημαίνει αποτυχία στην Πτυχιακή μου Εργασία και κατά συνέπεια αποτυχία απόκτησης του Τίτλου Σπουδών, πέραν των λοιπών συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων. Δηλώνω, συνεπώς, ότι αυτή η Πτυχιακή Εργασία προετοιμάστηκε και ολοκληρώθηκε από εμένα προσωπικά και αποκλειστικά και ότι, αναλαμβάνω πλήρως όλες τις συνέπειες του νόμου στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της δεν μου ανήκει διότι είναι προϊόν λογοκλοπής άλλης πνευματικής ιδιοκτησίας.

Όνομα & Επώνυμο Συγγραφέα (Με Κεφαλαία):

ΒΑΡΒΑΡΕΛΗΣ ΗΛΙΑΣ

Υπογραφή (Ολογράφως, χωρίς μονογραφή):

Ημερομηνία (Ημέρα – Μήνας – Έτος):

15.11.2018

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Πίνακας περιεχομένων.....	3
Πίνακας πινάκων και σχημάτων.....	6
Εισαγωγή.....	7
Κεφάλαιο 1: Ιστορική αναδρομή.....	8
Κεφάλαιο 2: Βασικές έννοιες της θεωρίας των παιγνίων.....	12
2.1 Στοιχεία ενός παιγνίου.....	12
Κεφάλαιο 3: Κατηγορίες και παραδείγματα παιγνίων.....	15
3.1 Παιγνία δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος.....	15
3.1.1 Στρατηγικές Maximin και Minimax.....	16
3.1.2 Παράδειγμα παιγνίου δυο παικτών μηδενικού αθροίσματος.....	17
3.2 Παιγνία δύο παικτών μη μηδενικού αθροίσματος.....	19
3.2.1. Βελτιστοποίηση κατά Pareto.....	19
3.2.2. Θεώρημα Von Neumann και ισορροπία κατά Nash.....	20
3.2.3. Παράδειγμα παιγνίου δύο παικτών μη-μηδενικού αθροίσματος.....	22
Κεφάλαιο 4: Η θεωρία των παιγνίων και η εφαρμογή της στα οικονομικά.....	26
4.1 Ολιγοπώλιο χωρίς συνεργασία.....	28

4.1.1 Υπόδειγμα Cournot.....	28
4.1.2 Υπόδειγμα Bertrand.....	30
4.1.3 Υπόδειγμα Stackelberg.....	31
4.1.4 Ηγεσία τιμής.....	33
4.2 Ολιγοπώλιο με συνεργασία.....	38
4.2.1 Καρτέλ.....	39
Κεφάλαιο 5: Είδη στρατηγικής και παραδείγματα της θεωρίας παιγνίων στη λήψη αποφάσεων.....	41
5.1 Δυναμικά παίγνια.....	42
5.2 Κυρίαρχη στρατηγική και λήψη αποφάσεων.....	43
5.2.1 Απαλοιφή «κυριαρχούμενων» στρατηγικών.....	43
5.3 Εφαρμογή της Ισορροπίας κατά Nash (Nash equilibrium).....	46
5.4 Στρατηγική όταν υπάρχουν διαδοχικές αποφάσεις ανάμεσα στους αντιπάλους.....	48
5.4.1 Τα πλεονεκτήματα μιας επιχείρησης εάν κινηθεί πρώτη ή δεύτερη.....	50
5.5 Στρατηγικές κινήσεις: Δεσμεύσεις, απειλές και υποσχέσεις.....	51
5.5.1 Δεσμεύσεις.....	52
5.5.2 Απειλές.....	52
5.5.3 Υποσχέσεις.....	53

Συμπεράσματα.....	54
Βιβλιογραφία.....	56

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΙΝΑΚΩΝ ΚΑΙ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Πίνακας 3.1: Πίνακας πληρωμών παιγνίου μηδενικού αθροίσματος.....	15
Πίνακας 3.1.2: Μήτρα πληρωμών παιγνίου μηδενικού αθροίσματος....	18
Πίνακας 3.2.1: Μήτρα πληρωμών σε παίγνιο βελτιστοποίηση κατά Pareto.....	20
Πίνακας 3.2.3: Μήτρα πληρωμών στο παίγνιο «Δίλλημα του φυλακισμένου.....	24
Σχήμα 4.1: Υπόδειγμα Cournot.....	30
Σχήμα 4.1.3: Αλγεβρική απεικόνιση υποδειγμάτων.....	32
Σχήμα 4.1.4: Αλγεβρική απεικόνιση ηγεσίας τιμής.....	36
Πίνακας 5.2: Μήτρα πληρωμών σε παίγνιο με κυρίαρχη στρατηγική....	43
Πίνακας 5.2.1: Μήτρα πληρωμών σε παίγνιο με κυριαρχούμενες στρατηγικές.....	44
Πίνακας 5.2.1(2): Δεύτερη μορφή μήτρας πληρωμών.....	45
Πίνακας 5.3: Μήτρα πληρωμών παιγνίου ισορροπίας Nash.....	46
Σχήμα 5.4: Δέντρο αποδόσεων από παίγνιο με διαδοχικές κινήσεις.....	49
Πίνακας 5.4: Μήτρα πληρωμών παιγνίου διαδοχικών κινήσεων.....	50

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εμείς οι άνθρωποι δεν μπορούμε να επιβιώσουμε αν δεν αντιδρούμε με άλλους ανθρώπους. Η αλληλεπίδραση απαιτεί συνεργασία μεταξύ των ατόμων για ένα αρμονικό αποτέλεσμα αλλά βεβαία και για κάτι καταστροφικό. Παραδείγματα αλληλεπίδρασης και συνεργασίας είναι οι διαπροσωπικές σχέσεις, οι σχέσεις μεταξύ μαθητών και καθηγητών, μεταξύ χωρών, γειτόνων, και τα λοιπά.

Η θεωρία των παιγνίων μελετά τις αποφάσεις και τις αλληλεπιδράσεις μιας ομάδας ατόμων(ή εταιρειών, κυβερνήσεων κτλ.) όπου οι πράξεις ενός ατόμου επηρεάζουν το αποτέλεσμα, για το οποίο ενδιαφέρονται όλα τα άτομα. Μια τέτοια κατάσταση όμως δεν αποτελεί θέμα της θεωρίας των παιγνίων αν ο τρόπος που ενεργούν τα άτομα δεν είναι στρατηγικός, δηλαδή πρέπει να γνωρίζουν ότι οι αποφάσεις τους επηρεάζουν και άλλα άτομα. Οπότε καταλήγουμε στο γεγονός ότι η θεωρία των παιγνίων μελετά τις διαδικασίες λήψης αποφάσεων μεταξύ μιας ομάδας ατόμων και τα αποτελέσματα αυτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Κατά το ξεκίνημα της, τον δέκατο όγδοο αιώνα και συγκεκριμένα το 1838 ο Γάλλος οικονομολόγος Antoine Cournot ερευνούσε την κατάσταση ολιγοπωλίου, χρησιμοποιώντας την έννοια της ισορροπίας, η οποία αργότερα έγινε το κλειδί στη θεωρία των παιγνίων μη συνεργασίας (non-cooperative game) μέσω του θεμελιωτή της θεωρίας των παιγνίων, John Forbes Nash (1951). Ο Cournot υποστήριξε οι επιχειρήσεις επιλέγουν την ποσότητα παραγωγής τους ώστε να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους. Ωστόσο, το μέγιστο κέρδος για μία επιχείρηση εξαρτάται από τις παραγωγές των άλλων επιχειρήσεων.

Αργότερα η μελέτη από τον Brouwer το 1910 για το θεώρημα του σταθερού σημείου που ακολουθήθηκε με την δημοσίευση το 1928 του Ούγγρου μαθηματικού και φυσικού Τζον Φον Νόιμαν (John Von Neumann), βοήθησε τον Νόιμαν ο οποίος απέδειξε το θεώρημα Minimax τον σπουδαιότερο αλγόριθμο για επίλυση παιγνίων. Απέδειξε ότι τα παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος έχουν πάντα λύση και ότι η απώλεια ενός παίχτη είναι ίση με το κέρδος του δεύτερου. Η μέθοδος που χρησιμοποίησε καθιερώθηκε στην θεωρία των παιγνίων και τα οικονομικά μαθηματικά. Το 1944 το βιβλίο των Τζον Φον Νόιμαν (John Von Neumann) και Όσκαρ Μόργκενστερν (Oscar Morgenstern) "Theory of games and economic behavior " (Θεωρία των παιγνίων και οικονομική συμπεριφορά) κορύφωσε το έργο του Neumann, είναι

αναγνωρισμένο ως το πρώτο βιβλίο για την θεωρία των παιγνίων. Προβάλλει την συστηματική προσέγγιση στην κατανόηση της συμπεριφοράς των παικτών στις καταστάσεις όπου τα συμφέροντα τους είναι αλληλεξαρτημένα και συγκρουόμενα. Εισάγει βασικές έννοιες για την θεωρία των παιγνίων, όπως το παίγνιο, οι παίχτες, η στρατηγική και οι κανόνες του παιγνίου. Θεωρεί ότι τα παίγνια παίζουν ακριβώς τον ίδιο ρόλο στα κοινωνικά και οικονομικά προβλήματα όπως τα μαθηματικά στις θετικές επιστήμες. Το μοναδικό πρόβλημα με τη θεωρία του Neumann ήταν ότι η επίλυση που προσέφερε ήταν θεωρητική. Χρειάστηκε να περάσουν γύρω στα είκοσι-πέντε χρόνια μέχρις ότου γίνει αριθμητική επίλυση μέσω της μεθόδου Simplex του G. Dantzig (1968).¹

Αργότερα, στις αρχές της δεκαετίας του 1950 ο Αμερικάνος μαθηματικός και οικονομολόγος John Nash η ζωή του οποίου αποτυπώνεται στην ταινία "A beautiful mind"(2001), εισήγαγε μια ισορροπία για παιχνίδια μη-μηδενικού αθροίσματος, γνωστή ως ισορροπία Nash. Πρόκειται για μια κατάσταση, από την οποία κανέναν παίχτη δεν τον συμφέρει να απομακρυνθεί από το παιχνίδι, δεδομένων των επιλογών των αντιπάλων του. Στη θεωρία παιγνίων οι επιστήμονες χρησιμοποιούν την έννοια της Ισορροπίας Nash για να αναλύσουν το αποτέλεσμα της στρατηγικής αλληλεπίδρασης ενός αριθμού φορέων λήψης αποφάσεων. Με άλλα λόγια, προσφέρει έναν τρόπο για να προβλέψουμε τι θα συμβεί εάν πολλά άτομα (ή γενικότερα οντότητες) παίρνουν την ίδια στιγμή αποφάσεις, και αν το αποτέλεσμα εξαρτάται από τις αποφάσεις των άλλων. Η απλή ιδέα που διέπει την θεωρία του

1

Ιστότοπος:https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1_%CF%80%CE%B1%CE%B9%CE%B3%CE%BD%CE%AF%CF%89%CE%BD

Nash είναι ότι κάποιος δεν μπορεί να προβλέψει το αποτέλεσμα των επιλογών των πολλαπλών φορέων λήψης αποφάσεων, εάν αναλύσει τις αποφάσεις αυτές μεμονωμένα. Αντιθέτως, πρέπει να αναρωτηθούμε τι θα κάνει ο κάθε παίκτης λαμβάνοντας υπόψη τις αποφάσεις των άλλων.

Η Ισορροπία Nash έχει χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση καταστάσεων στρατιωτικής φύσεως, όπως ένας πόλεμος, ο εξοπλιστικός ανταγωνισμός, καθώς επίσης και πώς η σύγκρουση μπορεί να μετριαστεί μέσω επαναλαμβανόμενων αλληλεπιδράσεων. Επίσης, έχει χρησιμοποιηθεί στη μελέτη του βαθμού κατά τον οποίο οι άνθρωποι με διαφορετικές προτιμήσεις μπορούν να συνεργαστούν και αν θα πάρουν ρίσκα για να επιτευχθεί μια συνεργατική απόφαση. Επιπλέον, έχει χρησιμοποιηθεί για να μελετήσει την υιοθέτηση τεχνικών προτύπων, καθώς επίσης και την εμφάνιση του τραπεζικού πανικού και των νομισματικών κρίσεων.

Άλλες εφαρμογές περιλαμβάνουν την κυκλοφοριακή ροή, την οργάνωση δημοπρασιών, το αποτέλεσμα των προσπαθειών που ασκείται από πολλαπλούς φορείς στην εκπαιδευτική διαδικασία, κανονιστικές ρυθμίσεις όπως περιβαλλοντικοί κανονισμοί, διαχείριση φυσικών πηγών, στρατηγικές ανάλυσης στο μάρκετινγκ, ακόμη και εκτέλεση πέναλτι στο ποδόσφαιρο.²

Το 1965 ο Reinhard Selten μαθηματικός, μελέτησε τα δυναμικά παίγνια (αυτά που εξελίσσονται στο χρόνο) εισάγοντας την έννοια της ισορροπίας στα υποπαίγνια (subgame perfect equilibrium) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού (trembling hand perfect equilibrium)

²

Ιστότοπος:https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%99%CF%83%CE%BF%CF%81%CF%81%CE%BF%CF%80%CE%AF%CE%B1_%CE%9D%CE%B1%CF%82

ενώ το 1975 ο John Harsanyi γενίκευσε τις ιδέες του John Nash και μελέτησε παίγνια μη-πλήρους πληροφόρησης.

Για όλα αυτά που προσέφεραν αυτοί οι τρεις εξαιρετικοί επιστήμονες, τιμήθηκαν αργότερα, το 1994, με το βραβείο Νόμπελ της Σουηδικής Ακαδημίας Επιστημών.

Σήμερα η θεωρία παιγνίων αποτελεί βασικό εργαλείο των θεωρητικών, αλλά και των εφαρμοσμένων οικονομικών. Θεωρητικοί των παιγνίων έχουν βραβευθεί επανειλημμένα με το βραβείο Νόμπελ στα οικονομικά. Αποτελέσματα της δημοσιεύονται συνεχώς σε όλα τα σημαντικά διεθνή επιστημονικά περιοδικά των Οικονομικών, της Επιχειρησιακής Έρευνας, της Διοίκησης Επιχειρήσεων (Management), αλλά και των Πιθανοτήτων, της Στατιστικής, της Βιολογίας, της Μαθηματικής Λογικής, της Πληροφορικής, κ.ά. Στις μέρες μας η θεωρία παιγνίων διδάσκεται σε προπτυχιακό και μεταπτυχιακό επίπεδο σε αντίστοιχα τμήματα (μαθηματικών, οικονομικών, διοίκησης επιχειρήσεων, στατιστικής, κ.λπ.) και ανάμεσα στις διάφορες περιοχές των σύγχρονων μαθηματικών είναι μάλλον εκείνη που έχει τραβήξει το ενδιαφέρον των άλλων επιστημών περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη.³

3

Ιστότοπος:https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1_%CF%80%CE%B1%CE%B9%CE%B3%CE%BD%CE%AF%CF%89%CE%BD

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Βασικές έννοιες της θεωρίας των παιγνίων

Η θεωρία των παιγνίων αναφέρεται σε μοντέλα πολλών ληπτών, στα οποία το κέρδος ενός ατόμου ή επιχείρησης δεν εξαρτάται μόνο από τη δική του στρατηγική και τις δικιές του αποφάσεις, αλλά και από άλλα άτομα ή επιχειρήσεις που παίρνουν δικιές τους αποφάσεις, στον ίδιο κλάδο με αντικρουόμενα συμφέροντα.

Η θεωρία των παιγνίων αρχικά αναπτύχθηκε για τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων σε καταστάσεις ανταγωνισμού.

Πριν την ανάλυση της στον οικονομικό τομέα θα πρέπει να αναπτύξουμε τις πιο συχνά χρησιμοποιούμενες έννοιες όπως αυτή του παιγνίου, της στρατηγικής, τα διάφορα είδη παιγνίων, και την έννοια της ισορροπίας.

2.1 Στοιχεία ενός παιγνίου

Ένα παίγνιο αποτελείται από ένα σύνολο παικτών, ένα σύνολο στρατηγικών για κάθε παίκτη, εκ των οποίων ο παίκτης θα επιλέξει εκείνη για το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.⁴

Στη θεωρία των παιγνίων ο **παίκτης** μπορεί να είναι ένα άτομο, μια επιχείρηση ακόμα και ένα κράτος. Έχει συγκεκριμένο σκοπό, τον οποίο προσπαθεί να πετύχει, αλλά και συγκεκριμένα πεδία δράσης που καθορίζονται από τους κανόνες του εκάστοτε παιγνίου, καθώς και από

⁴ Osborne M. J. and Rubinstein A.,(1994), "A course in Game Theory", 1st edition, MIT Press

τα μέσα και τους πόρους που διαθέτει. Στο παίγνιο ο παίκτης προσπαθεί να βελτιστοποιήσει το αποτέλεσμα του, επιλέγοντας το καλύτερο σχέδιο δράσης και σκεπτόμενος τις ενέργειες των άλλων παικτών.

Μια άλλη βασική έννοια των παιγνίων είναι η **στρατηγική** του παίκτη, η οποία είναι ουσιαστικά περιγράφει τις ενέργειες που έχει προβλέψει ο παίκτης για όλες τις πιθανές καταστάσεις του παιγνίου. Δηλαδή η επιλογή του παίκτη ανάμεσα σε ορισμένο αριθμό κινήσεων, την οποία θεωρεί ως καλύτερη δυνατή ενέργεια σε σχέση με τις κινήσεις των άλλων παικτών. Η στρατηγική για είναι επιτυχής θα πρέπει να είναι σωστά συντονισμένη όχι μόνο για ένα στάδιο ενός παιγνίου αλλά και για καταστάσεις που μπορεί τελικά να μην προκύψουν σε ένα παίγνιο.

Αμιγής στρατηγική (pure strategy) είναι εκείνη, στην οποία κάθε παίκτης επιλέγει μία μόνο από τις δυνατές επιλογές του στο ακέραιο, δηλαδή με πιθανότητα ίση με τη μονάδα, ενώ δεν επιλέγει καμία από τις υπόλοιπες.

Αντίθετα, η **μικτή στρατηγική** (mixed strategy) περιλαμβάνει συνδυασμό στρατηγικών, καθεμία από τις οποίες επιλέγεται με πιθανότητα μικρότερη αυτή της μονάδας.

Ένα παίγνιο χαρακτηρίζεται από **κανόνες** που είναι γνωστοί σε όλους τους παίκτες. Οι κανόνες αυτοί ορίζουν τι μπορεί και τι δεν μπορεί να κάνει ένας παίκτης. Οι ίδιοι κανόνες ορίζουν επίσης και το κέρδος ή τη ζημία που θα έχει ο κάθε παίκτης.

Τα παίγνια αποτελούνται από μερικές **περιόδους** (ή στάδια) κατά τις οποίες οι παίκτες ενεργούν διαδοχικά ή ταυτόχρονα. Οι ενέργειες αυτές

έχουν τον όρο κίνηση. Οι κινήσεις μπορεί να σχετίζονται, για παράδειγμα, με τιμές των προϊόντων, τις επενδύσεις σε προσωπικό επίπεδο και την έρευνα και ανάπτυξη. Οι κινήσεις λοιπόν που επιλέγονται από τους παίκτες απορρέουν στις αμοιβές (αρνητικές ή θετικές) των παικτών ως αποτέλεσμα της νίκης ή της ήττας τους και μπορούν να εκφραστούν ως χρήματα ή υλικά αγαθά. Μια κίνηση αναφέρεται σε ένα στάδιο του παιχνιδιού στο οποίο οι παίκτες διαλέγουν την καλύτερη δυνατή. Ένα σύνολο κινήσεων και επιλογών αποτελεί ένα παίξιμο του παιχνιδιού.⁵

Η επιλογή συγκεκριμένης στρατηγικής από τον κάθε παίκτη οδηγεί σε συγκεκριμένα μετρήσιμα αποτελέσματα της περιόδου ενός παιχνιδιού, όπου τα αποτελέσματα αυτά ονομάζονται **απολαβές-αμοιβές** (payoffs). Είναι το όφελος που αντλεί ο κάθε παίκτης ως αποτέλεσμα κάθε δυνατού συνδυασμού στρατηγικών.

Τέλος, οι παίκτες ενεργούν **ορθολογικά** (rational), έτσι ώστε να μεγιστοποιήσουν τις απολαβές τους. Ορθολογική επιλογή είναι αυτή που σε κάθε παίκτη δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα ανεξάρτητα από το αποτέλεσμα των υπόλοιπων παικτών.⁶

⁵ Ιστότοπος: http://www.math.upatras.gr/~tsantas/DownloadFiles/OR_GameTheory.pdf

⁶

Ιστότοπος: <https://eclass.pat.teiwest.gr/eclass/modules/document/file.php/766171/%CE%98%CE%95%CE%A9%CE%A1%CE%99%CE%91%20%CE%A0%CE%91%CE%99%CE%93%CE%9D%CE%99%CE%A9%CE%9D%20%CE%A3%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%B9%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82%20%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%AC%CF%84%CF%89%CE%BD.pdf>

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Κατηγορίες παιγνίων

3.1 Παίγνια δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος

Μια κατηγορία παιγνίων αποτελούν τα παίγνια δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος. Στα παίγνια αυτής της κατηγορίας το κέρδος του ενός παίκτη είναι ίσο με τη ζημιά του άλλου. Τα ενδιαφέροντα των παικτών σε ένα τέτοιο παίγνιο είναι εντελώς αντίθετα και βρίσκονται σε σύγκρουση. Επομένως, δεν υπάρχει η ευκαιρία για συνεργασία μεταξύ των παικτών.

Στρατηγικές A	B1 Στρατηγικές B	B2 Στρατηγικές B
A1	9	-5
A2	7	6

Πίνακας 3.1: Πίνακας πληρωμών παιγνίου μηδενικού αθροίσματος.

Σύμφωνα με τον πίνακα πληρωμών του παιγνίου που παρουσιάζεται στον πίνακα 3.1, ο παίκτης A κερδίζει περισσότερο με την επιλογή της στρατηγικής A2, εφόσον έχει κέρδος 6 έναντι της ζημιάς -5. Γνωρίζοντας την επιλογή του A, καθώς ο πίνακας πληρωμών είναι γνωστός και στους δύο, ο παίκτης B θα επιλέξει την στρατηγική B2, η οποία θα του επιφέρει μικρότερη ζημιά.

3.1.1 Στρατηγική Maximin και Minimax

Με τη στρατηγική Maximin (το μέγιστο των ελαχίστων) ο παίκτης επιδιώκει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα κάτω από τις χειρότερες συνθήκες. Συνήθως χρησιμοποιείται από τις επιχειρήσεις που προτιμούν να εξασφαλίσουν με βεβαιότητα ένα ικανοποιητικό μερίδιο αγοράς.

Με τη στρατηγική Minimax (το ελάχιστο των μεγίστων) ο παίκτης επιδιώκει το μικρότερο αρνητικό αποτέλεσμα.

Στον Πίνακα 3.1 , το μέγιστο των ελαχίστων (Maximin) για τον παίκτη A είναι 6, εφόσον επιδιώκει το μέγιστο δυνατό κέρδος, και το ελάχιστο των μεγίστων (Minimax) για τον παίκτη B είναι 6, επειδή θέλει να ελαχιστοποιήσει την ζημιά του.

Ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος και καθαρής στρατηγικής, στο οποίο συμμετέχουν δύο παίκτες με πίνακα πληρωμών $A=[a_{ij}]$ διαστάσεων $m \times n$ ικανοποιεί τη συνθήκη του σημείου ισορροπίας αν και μόνο αν ισχύει:

$$\text{Max} \{ \min \{ a_{ij} \} \} = \min \{ a_{ij} \}$$

$$i=1, \dots, m \quad j=1, \dots, n \quad i=1, \dots, m^7$$

Επομένως ο συνδυασμός των στρατηγικών (A_2, B_2) ικανοποιεί την συνθήκη της ισορροπίας.

7

Ιστότοπος:<http://eclass.pat.teiwest.gr/eclass/modules/document/file.php/766171/ΘΕΩΡΙΑ%20ΠΑΙΓΝΙΩΝ%20σημειώσεις%20μαθημάτων.pdf>

Το σημείο ισορροπίας υπάρχει όταν κανένας από τους δύο παίκτες με δεδομένη τη στρατηγική του αντιπάλου δεν επωφελείται από την δικιά του και μόνο μεταβολή της στρατηγικής του. Στον πίνακα πληρωμών αντιστοιχεί στο μικρότερο σημείο της σειράς και το μεγαλύτερο στοιχείο της στήλης στην οποία ανήκει.

Όταν σε ένα παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος δεν υπάρχει σημείο ισορροπίας, η εύρεση της βέλτιστης λύσης γίνεται με τη χρήση μικτής στρατηγικής.

Όταν εφαρμόζεται και από τους δύο παίκτες μικτή στρατηγική, τότε, για κάθε παίκτη υπάρχει πάντα μία άριστη μικτή στρατηγική (σύμφωνα με το κριτήριο Minimax), που οδηγεί σε σταθερή λύση, από την οποία κανείς δεν θέλει να μετακινηθεί (κανένας παίκτης δεν μπορεί να βελτιώσει περαιτέρω τη θέση του).⁸⁹

3.1.2 Παράδειγμα παιγνίου μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών

Ένα από τα πιο δημοφιλή παίγνια δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος είναι το παίγνιο με τα νομίσματα, γνωστό και ως «Κορώνα- Γράμματα» (Matching Pennies). Στο παίγνιο υπάρχουν δύο παίκτες, οι οποίοι κρατούν από ένα νόμισμα και σε κάθε επανάληψη του παιγνίου πρέπει να το δείξουν ταυτόχρονα. Εάν τα δύο νομίσματα

⁸ Ιστότοπος: http://www.math.upatras.gr/~tsantas/DownloadFiles/OR_GameTheory.pdf

⁹ Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., MICROECONOMICS, Prentice Hall, eighth edition, 2012

δείξουν το ίδιο (Κορώνα-Κορώνα και Γράμματα-Γράμματα), τότε ο παίκτης A παίρνει και τα δύο νομίσματα, σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση (Κορώνα-Γράμματα ή Γράμματα-Κορώνα) τα παίρνει ο Β. Ο πίνακας πληρωμών του παιχνιδιού παρουσιάζεται ως εξής:¹⁰

Παίκτης Α	Παίκτης Β Κορώνα	Παίκτης Β Γράμματα
Κορώνα	1,-1	-1,1
Γράμματα	-1,1	1,-1

Πίνακας 3.1.2: Μήτρα πληρωμών παιχνιδιού μηδενικού αθροίσματος

Διαπιστώνουμε ότι το παιχνίδι αυτό είναι δίκαιο, εφόσον κανένας από του δύο παίκτες δεν μπορεί να εφαρμόσει βέλτιστη στρατηγική, ειδικά όταν το παιχνίδι παίζεται μόνο μία φορά. Όταν παίζεται πολλές φορές και ο παίκτης Α επιλέγει να δείξει την κορώνα συνεχόμενες φορές, τότε ο παίκτης Β θα αποκτήσει πλεονέκτημα εάν παίξει γράμματα. Η λύση του παιχνιδιού δίνεται με τη χρήση μικτής στρατηγικής και είναι και για τους δύο παίκτες ο συνδυασμός πενήντα τοις εκατό Κορώνα και πενήντα τοις εκατό Γράμματα.¹¹

¹⁰ Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., MICROECONOMICS, Prentice Hall, eighth edition, 2012

¹¹ Ιστότοπος: <http://www.investopedia.com/terms/m/matching-pennies.asp>

3.2 Παίγνια δύο παικτών μη μηδενικού αθροίσματος

Στα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος (non-zero sum games), ανεξαρτήτως της πολυπλοκότητας, σπανίζει το γεγονός να υπάρχει μια κοινή αποδεκτή λύση.

Μια ειδική κατηγορία αποτελούν τα παίγνια δύο παικτών σταθερού αθροίσματος, στα οποία για οποιονδήποτε συνδυασμό στρατηγικών των παικτών το άθροισμα των ανταμοιβών του είναι μια σταθερά c , η οποία είναι θετική ή αρνητική. Όταν η τιμή της σταθεράς είναι θετική, οι παίκτες μοιράζονται κάποια ανταμοιβή, ενώ όταν είναι αρνητική επιβαρύνονται με κάποιο κόστος.

3.2.1 Βελτιστοποίηση κατά Pareto

Σύμφωνα με τον ορισμό της η ισορροπία κατά Nash, επιτυγχάνεται όταν ο κάθε παίκτης χρησιμοποιεί μία στρατηγική που αποτελεί την καλύτερη δυνατή απάντηση απέναντι στις στρατηγικές όλων των υπόλοιπων παικτών. Για να πετύχει κάτι τέτοιο κάθε παίκτης σκέφτεται βάση το ατομικό του συμφέρον. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η έκβαση του παιχνιδιού να μην είναι η βέλτιστη για το σύνολο των παικτών. Ο ορισμός της βελτιστοποίησης κατά Pareto επιχειρεί να εισάγει την έννοια μια κοινωνικά επωφελούς έκβασης ενός παιχνιδιού.¹²

Πιο συγκεκριμένα, αναφερόμαστε στην βελτιστοποίηση κατά Pareto όταν μία επιλογή στρατηγικών, μία για κάθε παίκτη, είναι η μοναδική στην οποία, οι παίκτες λαμβάνουν ανταμοιβές τουλάχιστον το ίδιο

¹² http://www.math.upatras.gr/~tsantas/DownloadFiles/OR_GameTheory.pdf

υψηλές και ένας παίκτης λαμβάνει μια ανταμοιβή η οποία είναι υψηλότερη.¹³

Για παράδειγμα:

Στρατηγικές A	Στρατηγικές B B1	Στρατηγικές B B2
A1	4,6	-1,6
A2	4,5	0,4

Πίνακας 3.2.1: Μήτρα πληρωμών σε παίγνιο βελτιστοποίησης κατά Pareto

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ο συνδυασμός στρατηγικών (A1, B1) είναι βέλτιστος κατά Pareto, διότι αποφέρει τη μεγαλύτερη ανταμοιβή (4, 6) και στις δύο επιχειρήσεις.

3.2.2 Θεώρημα Von Neumann και Ισορροπία κατά Nash

Όπως προαναφέρθηκε, σε ορισμένα παίγνια δύο παικτών χρησιμοποιείται το κριτήριο Minimax. Μία θεμελιώδης έννοια της θεωρίας των παιγνίων είναι το θεώρημα του Von Neumann, γνωστό και ως θεώρημα Minimax. Πρόκειται για το πρώτο θεώρημα το οποίο

¹³ <https://evdoxos.ds.unipi.gr/modules/document/file.php/DS221/SocNet-GameTheory.pdf>

ανακάλυψε μία κοινή ιδιότητα ανάμεσα σε μία μεγάλη κατηγορία παιγνίων, και συγκεκριμένα τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος μεταξύ δύο παικτών. Το θεώρημα του Von Neumann αποτέλεσε τη θεμέλιο λίθο της θεωρίας των παιγνίων.¹⁴

Ουσιαστικά, το θεώρημα του Von Neumann προσπαθεί να συμβουλευσει τους παίκτες για το πώς τους συμφέρει να συμπεριφερθούν ανεξάρτητα από τις κινήσεις των αντιπάλων τους, που θα έχει ως κατάληξη μία λύση ανεξάρτητη των προσδοκιών, κάτι δύσκολο να συμβεί σε παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος. Ο καθένας από τους δύο παίκτες θεωρεί για κάθε δυνατό συνδυασμό στρατηγικών τη μέγιστη ζημιά που μπορεί να υποστεί και επιλέγει ως βέλτιστη στρατηγική εκείνη που ελαχιστοποιεί τη μέγιστη ζημιά.

Η θεωρία των παιγνίων όμως αναλύει πολλές ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου η έκβαση τους εξαρτάται όχι μόνο από τις επιλογές ενός παίκτη αλλά τις ενέργειες και τις αποφάσεις όλων των παικτών, όπου ο καθένας προσπαθεί να προβλέψει τις επιλογές των υπόλοιπων παικτών, ώστε να καθορίσει τη δική του βέλτιστη στρατηγική για τη βέλτιστη επιλογή. Επομένως, μιλάμε για καταστάσεις έντονης αλληλεξάρτησης μεταξύ των παικτών.¹⁵

Η υπέροχη ιδέα του John Nash, γνωστή ως ισορροπία Nash (Nash equilibrium), σκέφτηκε τη «λύση» των παιγνίων ως μία ισορροπία μεταξύ α) των στρατηγικών των παικτών, και β) των προσδοκιών οι

¹⁴ (Βαρουφάκης, Γ. (2007), "Θεωρία παιγνίων", Gutenberg, Αθήνα)

¹⁵ Muzinitova M., (2013), "Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο στρατηγικό μάνατζμεντ", ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη

οποίες τους ώθησαν σε αυτές τις πράξεις και έχει τρία βασικά χαρακτηριστικά:

- 1) Η ισορροπία Nash δεν περιορίζεται σε μία μόνο κατηγορία παιγνίων αλλά αφορά όλα τα παίγνια μεταξύ N ατόμων (εφόσον ο κάθε παίκτης διαλέγει μεταξύ ενός πεπερασμένου συνόλου στρατηγικών), είναι μία γενική λύση.
- 2) Η ισορροπία Nash αναδεικνύει τη μεγάλη διαφορά μεταξύ ιδιωτικού και συλλογικού ενδιαφέροντος και αποκαλύπτει πως η ισορροπία των παιγνίων μπορεί να είναι ακόμα και καταστροφική για τους παίκτες, δηλαδή η κατάληξη του παιγνίου να τους βρίσκει μη κερδίζοντας τίποτα επειδή πράττουν ορθολογικά και με γνώμονα το ιδιωτικό τους συμφέρον.
- 3) Κάθε παίγνιο μεταξύ N παικτών έχει μία (τουλάχιστον) ισορροπία Nash (εφόσον οι στρατηγικές επιλογές του κάθε παίκτη είναι πεπερασμένες σε αριθμό). Ανεξαρτήτως του χαρακτήρα, του περιβάλλοντος, της προϊστορίας κλπ, όλες οι κοινωνικές και πολιτικές αλληλεπιδράσεις έχουν επίσης από μία ισορροπία Nash.¹⁶¹⁷

3.2.3 Παράδειγμα παιγνίου μη-μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών.

Ίσως το πιο γνωστό παίγνιο που έχει μελετηθεί περισσότερο από όλα τα άλλα, και θεωρείται χαρακτηριστικό παράδειγμα της

¹⁶ Βαρουφάκης, Γ. (2007), "Θεωρία παιγνίων", Gutenberg, Αθήνα

¹⁷ Muzinitova M., (2013), "Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο στρατηγικό μάνατζμεντ", ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη

θεωρίας των παιγνίων είναι το Δίλλημα του Φυλακισμένου (Prisoner's Dilemma).

Η υπόθεση έχει ως εξής: Δύο ύποπτοι (A και B) συλλαμβάνονται από την αστυνομία ως μέλη μιας συμμορίας κατηγορούμενοι για διάφορα εγκλήματα. Η αστυνομία όμως δεν έχει επαρκή στοιχεία και τις απαιτούμενες αποδείξεις για να τους προσάψει κατηγορίες, οπότε τους ανακρίνει σε δύο χωριστά δωμάτια ώστε να μην έχουν καμία επικοινωνία μεταξύ τους. Ο ανακριτής επισκέπτεται και τους δύο υπόπτους, τον καθένα ξεχωριστά, και προτείνει και στους δύο τα εξής:

- Αν ομολογήσεις και καταθέσεις εναντίον του άλλου (και ο άλλος δεν ομολογήσει) τότε η αμοιβή θα είναι η άμεση απελευθέρωση σου, ενώ ο άλλος κρατούμενος θα καταδικαστεί σε δέκα χρόνια φυλάκισης.
- Αν δεν ομολογήσεις ούτε εσύ ούτε ο άλλος κρατούμενος, θα καταδικαστείτε σε ένα χρόνο φυλάκισης ο καθένας, για ένα άλλο αδίκημα για το οποίο η αστυνομία είχε αποδείξεις.
- Αν και οι δύο ομολογήσετε τότε θα καταδικαστείτε σε τέσσερα χρόνια φυλάκισης ο καθένας.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ο πίνακας πληρωμών του παιγνίου θα είναι ως εξής:

Φυλακισμένος Α	Φυλακισμένος Β	Φυλακισμένος Β
	Ομολογεί	Δεν ομολογεί
Ομολογεί	4,4	0,10
Δεν ομολογεί	10,0	1,1

Πίνακας 3.2.3: Μήτρα πληρωμών στο παίγνιο «Δίλλημα του φυλακισμένου».

Από τον πίνακα πληρωμών μπορεί εύκολα να διαπιστώσει κανείς ότι και οι δύο παίκτες έχουν συμφέρον να μην ομολογήσουν αφού θα τιμωρηθούν με μόνο ένα έτος φυλάκισης ο καθένας τους. Με δεδομένο όμως ότι δεν υπάρχει καμία επικοινωνία μεταξύ τους ο κάθε φυλακισμένος ανεξάρτητα με την επιλογή του άλλου θα πρέπει να ομολογήσει και να καταθέσει ενάντια στον άλλο, λαμβάνοντας έτσι υψηλότερη «πληρωμή» δηλαδή μικρότερη ποινή φυλάκισης.¹⁸

Η μοναδική ισορροπία Nash του παιγνίου ορίζεται με τον συνδυασμό στρατηγικών (Ομολογεί-Ομολογεί), με πληρωμή (4,4) τέσσερα χρόνια φυλάκισης για τον καθένα. Στο συγκεκριμένο παίγνιο εάν υπήρχε συνεργασία των δύο φυλακισμένων, θα υπήρχε ένα διαφορετικό αποτέλεσμα στο παίγνιο. Επομένως καταλαβαίνουμε πως η ισορροπία κατά Nash δεν αποφέρει απαραίτητα τα μεγαλύτερα οφέλη και δεν είναι πάντα βέλτιστη κατά

¹⁸ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

Pareto.¹⁹ Στην προκειμένη περίπτωση η βέλτιστη επιλογή κατά Pareto είναι το να μην ομολογήσουν και οι δύο, δρώντας σαν ομάδα και μειώνοντας την ποινή τους σε ένα χρόνο φυλάκισης.

Το Δίλημμα του Φυλακισμένου θα μπορούσε να είναι μία κατάσταση στην καθημερινότητα αλλά και στις επιχειρήσεις κατά τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων.

¹⁹Γιαννέλης Δ.– Παντελίδης Π., (2014), «Εισαγωγή στην οικονομική θεωρία», Πανεπιστήμιο Πειραιώς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Η θεωρία των παιγνίων και η εφαρμογή της στα οικονομικά

Η θεωρία των παιγνίων βρίσκει πολλές εφαρμογές στην οικονομική επιστήμη. Ως ένας κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών, αναφέρεται στα μοντέλα πολλών ληπτών και αναλύει τις αποφάσεις σε καταστάσεις στρατηγικής αλληλεπίδρασης.

Με τη βοήθεια της θεωρίας των παιγνίων η κάθε επιχείρηση αποκτά τη δυνατότητα να προβλέπει τις κινήσεις των ανταγωνιστών της.

Η θεωρία των παιγνίων βρίσκει την εφαρμογή της στον οικονομικό κλάδο από την αρχή της όταν ο Cournot (1838), την εφάρμοσε στο ολιγοπώλιο και συγκεκριμένα στο δυοπώλιο.

Ολιγοπώλιο σχηματίζεται όταν ο αριθμός στην αγορά είναι τέτοιος, ώστε κάθε επιχείρηση να έχει την δυνατότητα να επιδρά πάνω στην προσφερόμενη ποσότητα, άρα και στην τιμή. Υπάρχει λοιπόν ένας μικρός αριθμός επιχειρήσεων και μία έντονη αλληλεξάρτηση μεταξύ των συμμετεχόντων επιχειρήσεων. Τα υποδείγματα που μελετούν την συμπεριφορά των επιχειρήσεων στο ολιγοπώλιο διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες: α) τα υποδείγματα ακολουθίας, β) τα υποδείγματα ταυτόχρονου ορισμού τιμής και ποσότητας και γ) τα υποδείγματα συνεργατικής δράσης (οι επιχειρήσεις σχηματίζουν ένα καρτέλ).

Τα κύρια χαρακτηριστικά του ολιγοπωλίου είναι τα εξής: α) ο μικρός αριθμός των επιχειρήσεων, β) τα εμπόδια εισόδου που αποτρέπουν

νέες επιχειρήσεις να εισέλθουν στην αγορά και να αποσπάσουν μερίδιο αγοράς από τις ήδη υπάρχουσες επιχειρήσεις, γ) η συμπεριφορά της μίας επιχείρησης εξαρτάται και επηρεάζεται από την συμπεριφορά των άλλων επιχειρήσεων και δ) η συνολική προσφερόμενη ποσότητα του προϊόντος σε ένα κλάδο του ολιγοπωλίου είναι μικρή έτσι ώστε η τιμή να βρίσκεται σε υψηλά επίπεδα.²⁰

Η ανάλυση της συμπεριφοράς των επιχειρήσεων στο ολιγοπώλιο δεν είναι εύκολη εξαιτίας της έντονης αλληλεξάρτησης. Οι επιχειρήσεις μπορούν να επιλέξουν μεταξύ δύο βασικών σεναρίων, του ανταγωνισμού ή της συνεργασίας.

Με τη συνεργασία όλες οι επιχειρήσεις έχουν ως στόχο την χρήση μίας πρακτικής για τη μεγιστοποίηση του κέρδους για όλους.

Στο σενάριο του ανταγωνισμού μία επιχείρηση έχει σκοπό την αύξηση του μεριδίου αγοράς εις βάρος των άλλων επιχειρήσεων του κλάδου. Για παράδειγμα, με συνεχείς πτώσεις της τιμής που έχει ως σκοπό την αύξηση της πελατείας μίας επιχείρησης εις βάρος των υπολοίπων. Ο ανταγωνισμός μέσω διαφήμισης, που μπορεί να αυξήσει τις πωλήσεις με δύο τρόπους, αυξάνοντας την επιθυμία των καταναλωτών για ένα προϊόν χωρίς να μειωθεί η ζήτηση για το προϊόν των υπόλοιπων, και κερδίζοντας πελατεία για το δικό του προϊόν .

Επειδή όπως ήδη ειπώθηκε οι ενέργειες μίας επιχείρησης έχουν άμεση αντίδραση και στις άλλες επιχειρήσεις, το σενάριο του ανταγωνισμού δεν θα συνέφερε καμία επιχείρηση μακροχρόνια.

²⁰ <https://www.euretirio.com/oligopolio/>

4.1 Ολιγοπώλιο χωρίς συνεργασία

Όταν μιλάμε για τον τρόπο κατανομής της αγοράς μεταξύ των επιχειρήσεων είναι πολύ δύσκολο να υπάρξει συμφωνία μεταξύ τους. Έχουν διατυπωθεί διάφορα υποδείγματα τα οποία βασίζονται στη μη συνεργασία των επιχειρήσεων. Τα υποδείγματα αυτά έχουν ως κύριο χαρακτηριστικό την ύπαρξη μικρού αριθμού επιχειρήσεων που ενώ λειτουργούν ανεξάρτητα, λαμβάνουν υπόψη τους την ύπαρξη και την συμπεριφορά και των άλλων επιχειρήσεων. Επομένως, προκειμένου μια επιχείρηση(παίκτης) να καθορίσει την δική της πολιτική(στρατηγική) θα πρέπει να εξετάσει πρώτα την συμπεριφορά των ανταγωνιστών της.

Τα υποδείγματα αυτά έχουν ως στόχο να εξηγήσουν πως ένας ολιγοπωλιακός κλάδος θα βρεθεί σε ισορροπία. Τα πιο γνωστά και αυτά που θα αναφερθούμε είναι το υπόδειγμα του Cournot, το υπόδειγμα του Bertrand και το υπόδειγμα του Stackelberg, τα οποία αναλύουν την περίπτωση του δυοπωλίου χωρίς συνεργασία. Κάθε υπόδειγμα κάνει διαφορετικές υποθέσεις για κάποια στοιχεία συμπεριφοράς των επιχειρήσεων, και καταλήγει σε διαφορετικό αποτέλεσμα.²¹

4.1 Υπόδειγμα Cournot

Το υπόδειγμα Cournot εξετάζει το δυοπώλιο και ανήκει στην κατηγορία των στατικών ολιγοπωλιακών υποδειγμάτων, στα οποία οι

²¹ Ψερίδου και Λιανός,(2015) Οικονομική Ανάλυση και Πολιτική-Μικροοικονομική, Εκδόσεις Κάλλιπος

επιχειρήσεις ανταγωνίζονται μία μόνο φορά σε μια απλή χρονική περίοδο.

Στο υπόδειγμα του Cournot έχουμε τα εξής βασικά στοιχεία: οι δύο εταιρείες προσφέρουν ομοιογενές προϊόν και το κόστος παραγωγής και διάθεσης είναι μηδέν, και η πρώτη επιχείρηση θα επιλέξει να προσφέρει την ποσότητα εκείνη που θα μεγιστοποιήσει τα κέρδη της, δηλαδή στο σημείο όπου το οριακό έσοδο είναι ίσο με το οριακό κόστος και είναι ίσο με μηδέν ($MR=MC=0$). Η δεύτερη επιχείρηση θεωρεί την ποσότητα που προσφέρει η πρώτη ως δεδομένη και σταθερή. Και οι δύο παίκτες δεν αναγνωρίζουν την αλληλεξάρτηση που υπάρχει μεταξύ τους και θεωρούν ότι οι συμπεριφορές τους θα παραμείνουν σταθερές. Η είσοδος νέων επιχειρήσεων δεν είναι δυνατή.²²²³

Οπότε η δεύτερη επιχείρηση θα επιλέξει την ποσότητα η οποία μεγιστοποιεί τα κέρδη της, με βάση την υπάρχουσα προσφερόμενη ποσότητα της πρώτης επιχείρησης. Σε αυτήν την περίπτωση όμως και η πρώτη επιχείρηση θα επαναπροσδιορίσει την ποσότητα που προσφέρει, θεωρώντας την ποσότητα της δεύτερης επιχείρησης σταθερή. Αυτή η κατάσταση θα συνεχιστεί με την κάθε επιχείρηση να θεωρεί δεδομένη την ποσότητα που προσφέρει η άλλη επιχείρηση και να επαναπροσδιορίζει την ποσότητα που μεγιστοποιεί τα κέρδη της.²⁴ Σαν αποτέλεσμα οι δύο επιχειρήσεις θα μειώνουν συνέχεια τις ποσότητες που προσφέρουν μέχρι να έρθει η σταθερή ισορροπία, η οποία σύμφωνα με το υπόδειγμα Cournot είναι η κατάσταση εκείνη

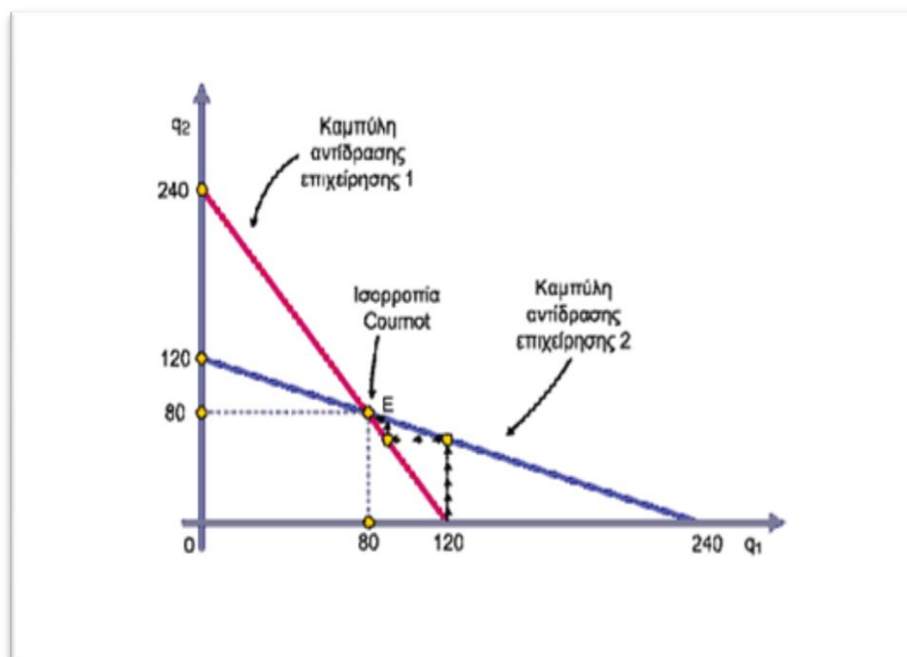
²² Ιστότοπος: <http://euclid.ee.duth.gr/courses/old/2011-12/AGT/DraftSlides/LecAGT07-Cournot-Bertrand.pdf>

²³ Muzinitova M., (2013), "Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο στρατηγικό μάνατζμεντ", ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη

²⁴ Ιστότοπος: <https://sawyervalk.files.wordpress.com/2012/08/week-12-1-of-2.pdf>

στην οποία η κάθε επιχείρηση προσφέρει ποσότητα ίση με το 1/3 της συνολικής ζήτησης.

2526



Σχήμα 4.1: Υπόδειγμα Cournot

4.1.2 Υπόδειγμα Bertrand

Στο στατικό υπόδειγμα Bertrand οι επιχειρήσεις ορίζουν τις τιμές και όχι την ποσότητα παραγωγής. Κάθε επιχείρηση θα προσπαθήσει να πουλήσει όσο μεγαλύτερη ποσότητα γίνεται στην τιμή που ορίζει. Το υπόδειγμα Bertrand θεωρεί ότι κάθε επιχείρηση λαμβάνει ως σταθερή την τιμή που ορίζει η άλλη επιχείρηση. Δηλαδή, μία επιχείρηση θέτοντας την τιμή στην οποία θα πουλάει και είναι αυτή η οποία

²⁵Ψειρίδου και Λιανός,(2015) Οικονομική Ανάλυση και Πολιτική-Μικροοικονομική, Εκδόσεις Κάλλιπος

²⁶ Beckman S.,(2003), "Cournot and Bertrand Games", Journal of economic Education, <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00220480309595198>>

μεγιστοποιεί τα κέρδη της με βάση την τιμή του ανταγωνιστή του, πιστεύει ότι η ανταγωνίστρια επιχείρηση δεν θα αλλάξει τη δική της τιμή. Οπότε ο κάθε παίκτης (επιχείρηση) θα προσπαθεί να μειώσει την τιμή του ώστε να μπορέσει να καλύψει όλη τη ζήτηση. Αυτό θα επιφέρει αντιδράσεις και από τους δύο παίκτες, και μετά από διαδοχικές μειώσεις θα επιτευχθεί μια σταθερή ισορροπία σε τιμή ίση με το οριακό κόστος ($P=MC$). Στην κατάσταση αυτή της ισορροπίας οι παίκτες θα έφθαναν τελικώς σε ένα είδος άτυπης ή τυπικής συμφωνίας διανομής της αγοράς για να μοιραστούν εξίσου την αγορά.²⁷²⁸

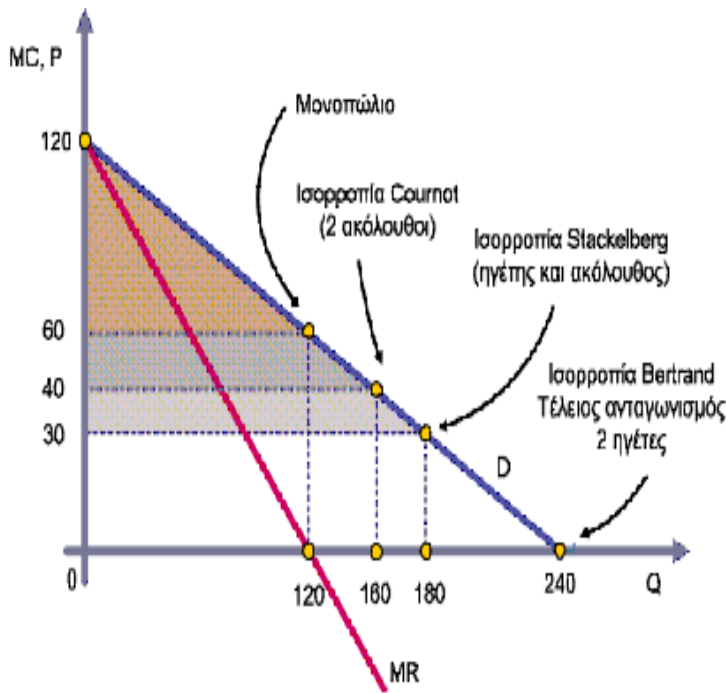
4.1.3 Υπόδειγμα Stackelberg

Στο στατικό ολιγοπωλιακό υπόδειγμα του Stackelberg, οι παίκτες καθορίζουν την ποσότητα παραγωγής και ένας από αυτούς, ο ηγέτης, δρα πριν από τους άλλους. Οι υπόλοιποι παίκτες ακόλουθοι, ορίζουν την άριστη ποσότητα παραγωγής, γνωρίζοντας την ποσότητα του ηγέτη παίκτη, με τη χρήση της συνάρτησης ζήτησης κατά Cournot. Η ηγέτιδα επιχείρηση γνωρίζοντας πως θα αντιδράσουν οι άλλες επιχειρήσεις, ρυθμίζει την παραγωγή της έτσι ώστε να αποκομίσει κέρδη σε βάρος αυτών.²⁹

²⁷ Ψειρίδου και Λιανός,(2015) Οικονομική Ανάλυση και Πολιτική-Μικροοικονομική, Εκδόσεις Κάλλιπος

²⁸ Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., MICROECONOMICS, Prentice Hall, eighth edition, 2012

²⁹ Muzinitova M., (2013), "Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο στρατηγικό μάνατζμεντ", ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη



Σχήμα 4.1.3: Αλγεβρική απεικόνιση υποδειγμάτων.

Όλα τα προαναφερθέντα στατικά υποδείγματα χρησιμοποιούν την έννοια της ισορροπίας κατά Nash (Nash equilibrium), την κατάσταση εκείνη όπου δεν υπάρχει καμία επιχείρηση που να θέλει να αλλάξει την στρατηγική της, καθώς καμία από αυτές δεν αποκτά μεγαλύτερα κέρδη επιλέγοντας μία διαφορετική στρατηγική εάν οι στρατηγικές των άλλων επιχειρήσεων παραμείνουν σταθερές.³⁰

Γενικά, η συνολική ποσότητα παραγωγής του κλάδου είναι μεγαλύτερη όταν επικρατεί ισορροπία κατά Bertrand, ακολουθούν οι ποσότητες που παράγονται στο δυοπώλιο Stackelberg και στο δυοπώλιο Cournot, ενώ η μικρότερη παραγωγή του κλάδου πραγματοποιείται στο μονοπώλιο.

³⁰ Ψειρίδου και Λιανός,(2015) Οικονομική Ανάλυση και Πολιτική-Μικροοικονομική, Εκδόσεις Κάλλιπος

Αντίθετα, το επίπεδο τιμών αγοράς και τα κέρδη του κλάδου είναι μεγαλύτερα στο μονοπώλιο, ενώ στην περίπτωση της ισορροπίας Bertrand η τιμή ισούται με το οριακό κόστος και τα κέρδη είναι μηδέν. Τέλος, όσον αφορά τα κέρδη της επιχείρησης, μετά την μονοπωλιακή επιχείρηση ακολουθούν η ηγέτιδα επιχείρηση του υποδείγματος Stackelberg, οι επιχειρήσεις του υποδείγματος Cournot και οι υπόλοιπες επιχειρήσεις, οι ακόλουθες επιχειρήσεις, του υποδείγματος Stackelberg, ενώ στην περίπτωση του υποδείγματος Bertrand οι επιχειρήσεις ενδέχεται να μην έχουν κέρδη.³¹

4.1.4 Ηγεσία τιμής

Σε πολλούς κλάδους υπάρχει μία ηγέτιδα επιχείρηση σε ένα ολιγοπώλιο, και οι υπόλοιπες επιχειρήσεις ακολουθούν την ηγέτιδα επιχείρηση στην αλλαγή της τιμής. Η τιμολογιακή ηγεσία είναι ένας σίγουρος τρόπος για να γίνουν οι απαραίτητες προσαρμογές των τιμών στις ολιγοπωλιακές αγορές, χωρίς να υπάρχει ο κίνδυνος για πόλεμο τιμών και χωρίς οι επιχειρήσεις να αναγκάζονται να δημιουργούν καρτέλ.

Γενικά, το ενδιαφέρον των επιχειρήσεων που επιθυμούν να επωφεληθούν από την ολιγοπωλιακή δομή της αγοράς επικεντρώνεται στα ακόλουθα σημεία:

- Στην αποφυγή λήψης απόφασης από μέρους τους μεμονωμένα, χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι αντιδράσεις των ανταγωνιστών,

³¹ Ψερίδου και Λιανός, (2015) Οικονομική Ανάλυση και Πολιτική-Μικροοικονομική, Εκδόσεις Κάλλιπος

- Στην αποφυγή άσκοπης προσπάθειας προγνώσεως των κινήσεων και των αποφάσεων των αντιπάλων
- Στην αποφυγή του μεταξύ τους μακροχρόνιου και εξαντλητικού πολέμου.

Συνεπώς, η προσπάθεια των επιχειρήσεων του ολιγοπωλίου τείνει στη δημιουργία και στη διατήρηση ενός συστήματος επικοινωνίας, το οποίο θα αποσκοπεί στο συντονισμό της επιχειρηματικής συμπεριφοράς με κοινό συμφέρον.

Η τιμολογιακή ηγεσία είναι ακριβώς ο τρόπος με τον οποίο διαμορφώνεται στην αγορά ενιαία τιμή, αποδεκτή από όλες τις επιχειρήσεις. Βεβαίως, μπορεί να υπάρξουν αποκλίσεις τιμών, αλλά θα είναι μικρές. Διαφοροποίηση τιμών μπορεί να υπάρξει λόγω διαφοροποίησης προϊόντος. Στην περίπτωση ομοιογενούς προϊόντος η βασικότερη μορφή τιμολογιακής ηγεσίας είναι αυτή που περιγράφεται από το υπόδειγμα της κυρίαρχης επιχείρησης (dominant firm model).

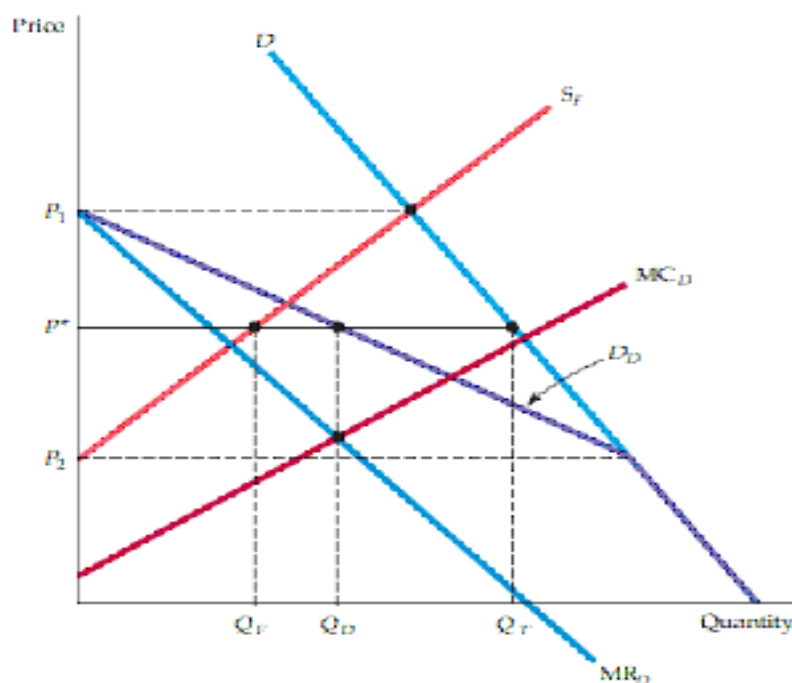
Σύμφωνα με το υπόδειγμα αυτό υπάρχει μία μεγάλη επιχείρηση που μπορεί να κατέχει το πενήντα τοις εκατό ή και μεγαλύτερο ποσοστό της παραγωγής του κλάδου και ένας άλλος αριθμός μικρότερων επιχειρήσεων. Η μορφή αυτή της ολιγοπωλιακής αγοράς στηρίζεται στην υπόθεση ότι η κυρίαρχη επιχείρηση καθορίζει μία τιμή και αφήνει τις μικρότερες επιχειρήσεις να πωλούν οποιαδήποτε ποσότητα μπορούν στην καθορισμένη τιμή.

Επομένως, οι μικρότερες επιχειρήσεις αποτελούν τμήμα του κλάδου το οποίο έχει τη μορφή του πλήρους ανταγωνισμού, αφού κάθε επιχείρηση μπορεί να πουλάει οποιαδήποτε ποσότητα σε δεδομένη τιμή. Με την παραπάνω υπόθεση, το πρόβλημα βρίσκεται στην εύρεση της άριστης τιμής εκ μέρους της κυρίαρχης επιχείρησης, η οποία θα είναι κοινή για όλες τις επιχειρήσεις. Στη συνέχεια, το υπόδειγμα της κυρίαρχης επιχείρησης εφαρμόζεται στην περίπτωση όπου υπάρχει μία επιχείρηση ηγέτης και όλες οι υπόλοιπες επιχειρήσεις έχουν το ρόλο του ουραγού.

Το πρόβλημα το οποίο αντιμετωπίζουν οι μικρότερες επιχειρήσεις είναι ότι στην ισορροπία πρέπει πάντα να θέτουν την ίδια τιμή με την κυρίαρχη, ηγέτιδα επιχείρηση, λόγω του ότι όλες οι επιχειρήσεις πωλούν ομοιογενή προϊόντα. Έτσι, σε περίπτωση που μία επιχείρηση χρέωνε υψηλότερη τιμή από την άλλη, το σύνολο των καταναλωτών θα προτιμούσε τον παραγωγό με τη χαμηλότερη τιμή.

Έστω ότι η κυρίαρχη επιχείρηση θέτει μια τιμή P . Υποτίθεται ότι οι επιχειρήσεις, το σύνολο των οποίων αποτελεί τον ουραγό παίρνουν αυτήν την τιμή ως δεδομένη και επιλέγουν στη συνέχεια την ποσότητα παραγωγής που μεγιστοποιεί τα κέρδη τους. Το γεγονός αυτό παραπέμπει σε μοντέλα ανταγωνισμού όπου κάθε επιχείρηση θεωρεί την τιμή εκτός του ελέγχου της, αφού αποτελεί ένα μικρό μόνο μέρος της αγοράς. Στο υπόδειγμα της τιμολογιακής ηγεσίας, οι μικρές επιχειρήσεις θεωρούν την τιμή εκτός του ελέγχου τους, δηλαδή ως δεδομένη, αφού αυτή έχει ήδη προκαθοριστεί από την ηγέτιδα επιχείρηση που κυριαρχεί στον κλάδο.

Ο ουραγός θέλει να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του. Το γεγονός αυτό οδηγεί στη συνθήκη μεγιστοποίησης κατά την οποία ο ουραγός προσπαθεί να επιλέξει ένα επίπεδο παραγωγής, τέτοιο ώστε η τιμή να ισούται με το οριακό κόστος. Έτσι προσδιορίζεται η καμπύλη προσφοράς για τις επιχειρήσεις που έχουν το ρόλο του ουραγού, $S_F(P)$, η οποία αποτελείται από το άθροισμα των επιμέρους καμπυλών προσφοράς όλων των μικρότερων επιχειρήσεων.



Σχήμα 4.1.4: Αλγεβρική απεικόνιση Ηγεσίας τιμής

Όσον αφορά τώρα την κυρίαρχη επιχείρηση, αν καθορίσει μια τιμή P , τότε ο ουραγός θα παρέχει $S_F(P)$. Αυτό σημαίνει ότι η ποσότητα που θα πωλεί η ηγέτιδα επιχείρηση θα είναι $D_D(P) = D(P) - S_F(P)$. Η D_D ονομάζεται υπολειπόμενη καμπύλη ζήτησης (residual demand curve) για την ηγέτιδα επιχείρηση, η οποία προκύπτει από τη διαφορά μεταξύ

της καμπύλης ζήτησης της αγοράς D με την καμπύλη προσφοράς των μικρότερων επιχειρήσεων S_F . Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα για την τιμή P_1 η καμπύλη προσφοράς των μικρότερων επιχειρήσεων ισούται με την καμπύλη ζήτησης της αγοράς, επομένως, ολόκληρη η ποσότητα που αντιστοιχεί σε αυτήν την τιμή καλύπτεται από τις μικρότερες επιχειρήσεις, ενώ η κυρίαρχη επιχείρηση δεν πουλάει τίποτα σε αυτή την τιμή. Για τιμή P_2 ή και μικρότερες οι μικρές επιχειρήσεις δεν έχουν πωλήσεις και έτσι η κυρίαρχη επιχείρηση ικανοποιεί την καμπύλη ζήτησης όλης της αγοράς D . Για τιμές μεταξύ P_1 και P_2 η κυρίαρχη επιχείρηση ικανοποιεί την υπολειπόμενη καμπύλη ζήτησης D_D .

Στην καμπύλη ζήτησης D_D της κυρίαρχης επιχείρησης αντιστοιχεί η καμπύλη οριακής προσόδου MR_D , ενώ η καμπύλη οριακού κόστους είναι η καμπύλη MC_D , όπως φαίνεται και στο διάγραμμα. Η κυρίαρχη επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της με την εξίσωση του οριακού κόστους MC_D και οριακής προσόδου MR_D σε επίπεδο παραγωγής Q_D (τομή των MC_D και MR_D). Από την καμπύλη ζήτησης D_D προκύπτει τιμή ισορροπίας p^* . Στην τιμή αυτή, οι υπόλοιπες επιχειρήσεις παράγουν ποσότητα Q_F και επομένως η συνολική ποσότητα που πωλείται είναι $Q_T = Q_D + Q_F$.

Η κυρίαρχη επιχείρηση θα μπορούσε να ορίσει μία τιμή τέτοια, ώστε να αποκλείσει τις μικρότερες επιχειρήσεις από τον κλάδο. Όμως, δεν πράττει έτσι, καθώς αυτό θα την έφερνε στη θέση του να μείνει μονοπωλητής στον κλάδο και να υποστεί τις συνέπειες ενός αντιμονοπωλιακού νόμου. Ο ρόλος του ηγέτη, πέραν του ότι μπορεί να αποδίδεται σε μια μεγάλη επιχείρηση, μπορεί να αλλάζει από καιρό σε καιρό, δηλαδή να υπάρχουν και άλλες επιχειρήσεις που να

εναλλάσσονται σε ρόλο κυρίαρχης-ηγέτιδας επιχείρησης, ανεξάρτητα από το αν αυτές οι επιχειρήσεις είναι ή όχι οι περισσότερο παραγωγικές επιχειρήσεις του κλάδου.^{32 33}

4.2 Ολιγοπώλιο με συνεργασία

Στη δεύτερη περίπτωση του ολιγοπωλίου, της ύπαρξης της συνεργασίας, οι επιχειρήσεις σχηματίζουν μία ένωση, η οποία ονομάζεται Καρτέλ.

Οι ολιγοπωλιακές επιχειρήσεις, για να αποφύγουν την αβεβαιότητα και τους κινδύνους που δημιουργούνται από το γεγονός ότι δεν γνωρίζουν ποιες θα είναι οι αντιδράσεις των άλλων στον κλάδο σε μια συγκεκριμένη τους ενέργεια, είναι δυνατό να προβούν σε συνεννοήσεις και να ακολουθήσουν κοινή τιμολογιακή πολιτική.³⁴

Γενικότερα, τα αίτια που προκαλούν την εν λόγω ένωση είναι είτε αμυντικού χαρακτήρα (εξουδετέρωση του ανταγωνισμού όπου υπάρχει μεταξύ τους, εξουδετέρωση σοβαρών μειονεκτημάτων του καταμερισμού των έργων), είτε επιθετικού χαρακτήρα (κυριαρχία σε μία δεδομένη αγορά με σκοπό τη μεγιστοποίηση της αποδοτικότητας που επιτυγχάνεται με την άσκηση τιμολογιακής πολιτικής). Οι απαραίτητες προϋποθέσεις για την επιτυχή ένωση είναι η εξής: α) η

³² Ιστότοπος: <http://www.euretirio.com/igesia-timis/>

³³ Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., MICROECONOMICS, Prentice Hall, eighth edition, 2012

³⁴ <http://users.uom.gr/~esartz/teaching/BusEcon/Sec7.pdf>

ομοιομορφία του προϊόντος και β) η εξουδετέρωση των ανισοτήτων που υπάρχουν μεταξύ των επιχειρήσεων.³⁵

4.2.1 Καρτέλ

Καρτέλ λοιπόν είναι η κατάσταση κατά την οποία μια ομάδα επιχειρήσεων έρχονται πλήρη και κοινή συμφωνία και συμπεριφέρονται σαν ένας μονοπωλητής, με σκοπό να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους. Τα καρτέλ συμφωνούν να ακολουθήσουν κοινή επιχειρησιακή συμπεριφορά και κοινή πολιτική για τα κοινά τους συμφέροντα. Τα μέλη που αποτελούν το καρτέλ συμφωνούν για τις τιμές αγοράς και πώλησης των προϊόντων ή των υπηρεσιών, τους όρους πώλησης, τις προθεσμίες πληρωμής κλπ.

Ο σχηματισμός των καρτέλ πολλές φορές θεωρείται παράνομος και ελέγχεται από τις αρχές προστασίας του ανταγωνισμού.

Η επιτυχία των καρτέλ εξαρτάται από το μερίδιο αγοράς που καταλαμβάνουν και την πειθαρχία των μελών. Το πρόβλημα των καρτέλ είναι το γεγονός ότι παρά την ύπαρξη ρητής συμφωνίας μεταξύ των μελών υπάρχει ισχυρό κίνητρο για τα μέλη να αθετήσουν τη συμφωνία και να εξαπατήσουν τα άλλα μέλη. Έστω δύο επιχειρήσεις μέλη του καρτέλ, που έχουν αποφασίσει να περιορίσουν την παραγωγή σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Εάν η πρώτη επιχείρηση πιστεύει ότι η δεύτερη θα κρατήσει την παραγωγή της στο καθορισμένο επίπεδο, τότε αυξάνοντας μονομερώς την παραγωγή θα μπορούσε να αυξήσει τα κέρδη της. Εάν πιστεύει ότι η δεύτερη επιχείρηση θα αυξήσει και αυτή το δικό της επίπεδο παραγωγής, τότε θα θελήσει να αυξήσει πρώτη την

³⁵ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), "Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

παραγωγή της εις βάρος της δεύτερης. Με τον τρόπο αυτό διαλύονται πολλά καρτέλ ακόμα και χωρίς παρέμβαση της εκάστοτε κυβέρνησης. Τέλος, η δυνατότητα εισόδου νέων επιχειρήσεων στην αγορά (αν και δύσκολη), θα μειώσει το μερίδιο αγοράς των υφιστάμενων επιχειρήσεων και επομένως μπορεί να μειώσει την ικανότητα αύξησης της τιμής από το καρτέλ.³⁶³⁷

³⁶ Ιστότοπος:

<https://mediasrv.uaa.gr/eclass/modules/document/file.php/AOA124/%CE%A0%CE%91%CE%A1%CE%9F%CE%A5%CE%A3%CE%99%CE%91%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3%20%CE%9A%CE%9B%CE%A9%CE%9D%CE%91%CE%A1%CE%97/5.%20%CE%9F%CE%BB%CE%B9%CE%B3%CE%BF%CF%80%CF%8E%CE%BB%CE%B9%CE%BF.pdf>

³⁷ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Είδη στρατηγικής και παραδείγματα της θεωρίας παιγνίων για λήψη αποφάσεων

5.1 Δυναμικά Παίγνια

Τα περισσότερα στατικά υποδείγματα που αναλύθηκαν προηγουμένως, βασίζονται στην παραδοχή ότι η κάθε επιχείρηση λαμβάνει τη συμπεριφορά της άλλης ως δεδομένη, στην πράξη όμως δεν είναι λογικό να γίνεται αυτή η υπόθεση αλλά αντίθετα θα πρέπει να γίνεται η παραδοχή της ύπαρξης αλληλεξάρτησης, εφόσον η ενέργεια μίας επιχείρησης μπορεί να προκαλέσει διάφορες αντιδράσεις από τις άλλες, χωρίς να ξέρουμε εκ των προτέρων ποια αντίδραση θα επικρατήσει.

Εδώ έρχεται η θεωρία των παιγνίων να αναλύσει τις αλληλεξάρτητες αποφάσεις των παικτών στα επαναλαμβανόμενα παίγνια που αναφέρονται σε πολλές περιόδους. Σε ένα τέτοιο παίγνιο ο κάθε παίκτης μπορεί να χρησιμοποιήσει σύνθετες στρατηγικές, προσπαθεί να προβλέψει τις πιθανές αντιδράσεις των αντιπάλων του, πριν αποφασίσει πως θα ενεργήσει κάθε φορά και διαμορφώνει τις δράσεις του σε κάθε συγκεκριμένη περίοδο, γνωρίζοντας τις προηγούμενες δράσεις των ανταγωνιστών του. Οι τρόποι αντίδρασης των ανταγωνιστών είναι πολλοί. Αυτό σημαίνει πως υπάρχουν πολλά εναλλακτικά σενάρια συμπεριφοράς των παικτών, και επομένως ένα

μοντέλο πολλών περιόδων επιτρέπει τη διαμόρφωση περισσότερων σύνθετων στρατηγικών.³⁸

5.2 Κυρίαρχη στρατηγική και λήψη αποφάσεων

Εάν σε ένα παίγνιο υπάρχουν κυρίαρχες στρατηγικές, τότε η αλληλεξάρτηση των επιλογών των δύο παικτών ουσιαστικά εξαφανίζεται, αφού ο κάθε παίκτης μπορεί να καταλάβει από τον πίνακα πληρωμών, ποια στρατηγική θα ακολουθήσει ο άλλος.

Όταν βρεθεί μία κυρίαρχη στρατηγική ανακαλυφθεί είναι πολύ εύκολο να προβλέψουμε το αποτέλεσμα ενός παιγνίου, ειδικά όταν όλες οι επιχειρήσεις έχουν μια κυρίαρχη στρατηγική είναι εύκολο να προβλεφτεί το αποτέλεσμα και με αρκετή σιγουριά.³⁹

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο και συγκεκριμένα στο παίγνιο «Το Δίλλημα του Φυλακισμένου» και οι δύο παίκτες είχαν κυρίαρχες στρατηγικές (αυτή της ομολογίας) και όπως είναι λογικό αυτή θα ήταν η επιλογή τους. Μία επιλογή που δεν είναι η καλύτερη και για τους δύο παίκτες καθώς το αποτέλεσμα θα μπορούσε να ήταν καλύτερο αν συνεργαζόντουσαν. Γενικά, όταν μία από τις επιχειρήσεις που συμμετέχουν σε ένα παίγνιο έχουν μία κυρίαρχη στρατηγική, τότε οι υπόλοιπες ξέρουν ότι αυτή είναι που θα ακολουθήσει.

Για παράδειγμα:

³⁸ Muzinitova M., (2013), "Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο στρατηγικό μανάτζμεντ", ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη

³⁹ Ψερίδου και Λιανός, (2015) Οικονομική Ανάλυση και Πολιτική-Μικροοικονομική, Εκδόσεις Κάλλιπος

Δύο επιχειρήσεις, Σ και Π, είναι στον κλάδο της παραγωγής Πίτσας και έχουν να επιλέξουν μεταξύ δύο τιμών για να προσφέρουν τα προϊόντα τους, Α) 10 ευρώ και Β) 6 ευρώ, με πίνακα πληρωμών του παιγνίου:

Στρατηγικές Σ	Στρατηγικές Π Υψηλή Τιμή (10)	Στρατηγικές Π Χαμηλή Τιμή (6)
Υψηλή τιμή (10)	1000,1000	500,1200
Χαμηλή τιμή (6)	1200,300	400,400

Πίνακας 5.2: Μήτρα πληρωμών σε παίγνιο με κυρίαρχη στρατηγική.

Εδώ υπάρχει μία μοναδική κυρίαρχη στρατηγική και αυτή είναι για την επιχείρηση Π, η οποία είναι αυτή της χαμηλής τιμής. Αυτό συμβαίνει γιατί όταν υπάρχει διαφορά στην τιμή στις δύο επιχειρήσεις, η επιχείρηση Σ χάνει μικρότερο μερίδιο αγοράς από ότι θα έχανε η Π. Οπότε η επιλογή της επιχείρησης Π θα είναι η χαμηλή τιμή και επιλογή της επιχείρησης Σ θα είναι αυτή της υψηλής τιμής, αφού θα της αποφέρει μεγαλύτερα κέρδη.⁴⁰

5.2.1 Απαλοιφή των «κυριαρχούμενων» στρατηγικών

Όταν δύο επιχειρήσεις αποφασίζουν ποια θα είναι η στρατηγική που θα ακολουθήσουν σε μία κατάσταση ταυτόχρονης επιλογής, οι επιχειρήσεις θα πρέπει πρώτα να αφαιρέσουν από την εξίσωση τις «κυριαρχούμενες» στρατηγικές. Οι «κυριαρχούμενες» στρατηγικές είναι

⁴⁰ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

εκείνες οι οποίες δεν θα επιλέγονταν σε καμία περίπτωση όποια και να ήταν η επιλογή των αντίπαλων επιχειρήσεων. Η απαλοιφή τους γίνεται σε κάθε περίοδο του παιγνίου μέχρι να μην υπάρχει άλλη «κυριαρχούμενη» στρατηγική. Σε κάθε περίοδο μειώνεται και η μήτρα πληρωμών καθώς αφαιρούμε επιλογές από το παίγνιο.

Ας δούμε την περίπτωση των δύο επιχειρήσεων στον κλάδο της παραγωγής πίτσας που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Για παράδειγμα:

Στρατηγικές Σ	Στρατηγικές Π Υψηλή Τιμή(10)	Στρατηγικές Π Μεσαία Τιμή(8)	Στρατηγικές Π Χαμηλή Τιμή(6)
Υψηλή Τιμή(10)	1000,1000	900,1100	500,1200
Μεσαία Τιμή(8)	1100,400	800,800	450,500
Χαμηλή Τιμή(6)	1200,300	500,350	400,400

Πίνακας 5.2.1: Μήτρα πληρωμών σε παίγνιο με κυριαρχούμενες στρατηγικές.

Οι δύο επιχειρήσεις Σ και Π, όπως προκύπτει από τον πίνακα πληρωμών, τώρα μπορούν να επιλέξουν μεταξύ τριών στρατηγικών, αυτή της υψηλής τιμής (10), της μεσαίας (8) και της χαμηλής τιμής (6). Βάση του πίνακα πληρωμών δεν υπάρχει κάποια κυρίαρχη στρατηγική για καμία από τις δύο επιχειρήσεις. Παρόλα αυτά, υπάρχουν «κυριαρχούμενες» στρατηγικές στον αρχικό πίνακα πληρωμών όπου καμία από τις δύο επιχειρήσεις δεν θα διαλέξει να ακολουθήσει. Η επιχείρηση Π δεν θα επέλεγε ποτέ να θέσει την υψηλή τιμή στο προϊόν

της καθώς ότι και να επιλέξει η επιχείρηση Σ, η υψηλή τιμή δεν είναι σε καμία περίπτωση η καλύτερη επιλογή για την Π. Ομοίως και για την επιχείρηση Σ όπου δεν θα επέλεγε ποτέ να θέσει την μεσαία τιμή στο προϊόν της. Αφού αφαιρεθούν οι δύο αυτές στρατηγικές, η Υψηλή τιμή για την Π και Μεσαία τιμή για την Σ, ο πίνακας πληρωμών θα γίνει ως εξής:

Στρατηγικές Σ	Στρατηγικές Π Μεσαία Τιμή (8)	Στρατηγικές Π Χαμηλή Τιμή (6)
Υψηλή Τιμή (10)	900,1100	500,1200
Χαμηλή τιμή (6)	500,350	400,400

Πίνακας 5.2.1(2): Δεύτερη μορφή μήτρας πληρωμών.

Μπορεί κανείς να παρατηρήσει πως πλέον και οι δύο επιχειρήσεις έχουν μία κυρίαρχη στρατηγική, για την επιχείρηση Σ το να θέσει υψηλή τιμή και για την Π το να θέσει χαμηλή τιμή. Και οι δύο επιχειρήσεις θα ακολουθήσουν τις κυρίαρχες στρατηγικές τους και το αποτέλεσμα του παιχνιδιού θα είναι 500 για την Σ και 1200 για την Π. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να βρεθεί και με μία νέα περίοδο αφαίρεσης των «κυριαρχούμενων» στρατηγικών αφού στον πίνακα 6 φαίνεται πως η χαμηλή τιμή δεν πρέπει να επιλεγεί από την επιχείρηση Σ και η μεσαία τιμή από την επιχείρηση Π. Έτσι μένει μία και μοναδική λύση αυτή της Υψηλής Τιμής της Σ και της Χαμηλής Τιμής της Π (500, 1200).⁴¹

⁴¹ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

5.3 Εφαρμογή της Ισορροπίας κατά Nash (Nash equilibrium)

Όταν σε ένα παίγνιο ταυτόχρονων αποφάσεων δεν υπάρχουν κυρίαρχες στρατηγικές, τότε πρέπει να βρεθεί ένας άλλος τρόπος επιλογής της στρατηγικής. Αυτός ο τρόπος είναι η Ισορροπία κατά Nash. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, στην Ισορροπία κατά Nash, κάθε παίκτης προσπαθεί να πάρει την καλύτερη δυνατή απόφαση με την υπόθεση πως έχει μαντέψει σωστά την επιλογή των αντιπάλων του. Οι παίκτες θα επιχειρήσουν να βρουν στον πίνακα πληρωμών τις καλύτερες δυνατές επιλογές όπου θα είναι αρεστές σε όλους, δηλαδή κελιά στον πίνακα πληρωμών όπου όλοι οι παίκτες παίρνουν τις καλύτερες αποφάσεις για αυτούς και συνδυάζονται με τις καλύτερες αποφάσεις για τους αντιπάλους τους.⁴²

Για παράδειγμα:

Coca Cola Προϋπολογισμός	Pepsi Προϋπολογισμός Χαμηλός	Pepsi Προϋπολογισμός Μεσαίος	Pepsi Προϋπολογισμός Υψηλός
Χαμηλός	\$60,\$45 Α	\$57.5,\$50 Β	\$45,\$35 Γ
Μεσαίος	\$50,\$35 Δ	\$65,\$30 Ε	\$30,\$25 Ζ
Υψηλός	\$45,\$10 Η	\$60,\$20 Θ	\$50,\$40 Ι

Πίνακας 5.3: Μήτρα πληρωμών παιγνίου ισορροπίας Nash. (Τιμές σε εκατομμύρια δολάρια).

⁴² Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), "Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

Θα αναλύσουμε τώρα την απόφαση της Coca cola και της Persi να διαφημιστούν σε έναν αγώνα ποδοσφαίρου. Αν παρατηρήσει κανείς τον πίνακα πληρωμών θα καταλάβει πως η Coca Cola έχει κλείσει μία καλύτερη συμφωνία καθώς όποια και να είναι η επιλογή των δύο εταιρειών η Coca Cola θα έχει μεγαλύτερο κέρδος. Ακόμα και εάν η Coca Cola έχει διαπραγματευτεί μία καλύτερη συμφωνία στο συγκεκριμένο πίνακα πληρωμών δεν υπάρχει καμία κυρίαρχη στρατηγική.

Αν η Persi επιλέξει τον χαμηλό προϋπολογισμό, τότε η καλύτερη επιλογή της Coca Cola είναι ο χαμηλός προϋπολογισμός και για εκείνη. Το ίδιο ισχύει και στο μεσαίο αλλά και στην επιλογή του υψηλού προϋπολογισμού. Επίσης, παρατηρείται ότι κάθε επιλογή της Coca Cola θα είναι η καλύτερη επιλογή για μια επιλογή της Persi, έτσι η Coca Cola δεν έχει «κυριαρχούμενες» στρατηγικές. Το ίδιο ισχύει και για την Persi. Οπότε στο παίγνιο δεν υπάρχει κυρίαρχη και «κυριαρχούμενη» στρατηγική για καμία από τις δύο εταιρείες. Από τον πίνακα πληρωμών φαίνεται πως υπάρχει μία και μοναδική ισορροπία Nash, αυτή στο κελί I (Υψηλός, Υψηλός). Αυτή η επιλογή δεν αποτελεί την καλύτερη δυνατή επιλογή αφού οι δύο εταιρείες δεν έχουν τα μεγαλύτερα δυνατά κέρδη (χαμηλός, χαμηλός), αλλά αποτελεί την καλύτερη δυνατή στρατηγική δεδομένου τι θα ακολουθήσει ο αντίπαλος.

Πολλοί που ασχολήθηκαν με την θεωρία των παιγνίων είπαν πως αν σε ένα παίγνιο υπάρχει μία ισορροπία κατά Nash τότε είναι σχεδόν σίγουρο ότι αυτή θα επιλεγθεί από όλες τις πλευρές. Όταν

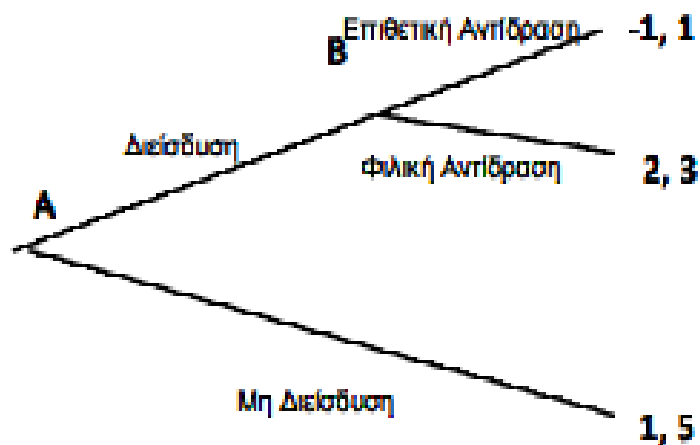
εμπεριέχονται παραπάνω τότε δεν μπορεί να γίνει κάποια συγκεκριμένη πρόβλεψη.⁴³

5.4 Στρατηγική όταν υπάρχουν διαδοχικές αποφάσεις ανάμεσα στους αντιπάλους

Παίγνια με διαδοχικές κινήσεις (sequential-move games) ονομάζονται τα στρατηγικά παίγνια όπου οι παίκτες κάνουν τις κινήσεις τους με τη σειρά, έχοντας έτσι γνώση των κινήσεων των προηγούμενων παικτών. Για παράδειγμα, η πιθανή είσοδος μίας επιχείρησης σε μία αγορά ή όχι θα είναι η πρώτη κίνηση του παιχνιδιού, η αμέσως επόμενη θα είναι από τις ήδη εισηγμένες στην αγορά επιχειρήσεις για το πώς θα αντιδράσουν στην πιθανή είσοδο μίας νέας επιχείρησης στον κλάδο, και πώς θα αναπροσαρμόσουν τις τιμές τους για να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους.

⁴³Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

Για παράδειγμα, έστω μια εταιρεία B που λειτουργεί ως μονοπώλιο σε μία αγορά. Μία άλλη εταιρεία A, η οποία δραστηριοποιείται στον ίδιο κλάδο σκέφτεται το ζήτημα της εισόδου ή μη στην αγορά. Η εταιρεία A θα πάρει μία απόφαση να εισαχθεί ή όχι στην αγορά και η εταιρεία B για το αν θα αντιδράσει επιθετικά ή φιλικά. Το τελικό αποτέλεσμα τους παιγνίου με τις αντίστοιχες πληρωμές παρουσιάζεται με μορφή δέντρου και με πίνακα πληρωμών.



Σχήμα 5.4: Δέντρο αποδόσεων από παίγνιο με διαδοχικές κινήσεις.

Τα ίδια αποτελέσματα του παιγνίου μπορούν να παρουσιαστούν και με την κανονική τους μορφή. Στο συγκεκριμένο παίγνιο παρατηρούμε ότι για την εταιρεία B, η οποία δραστηριοποιείται στον κλάδο, δεν είναι πρακτικό να αντιδράσει επιθετικά στην είσοδο ενός νέου ανταγωνιστή: η επιθετική συμπεριφορά θα της επιφέρει κέρδος μίας μονάδας, έναντι τριών, εάν αντιδράσει φιλικά. Η εταιρεία A θα επιλέξει την είσοδο στον κλάδο αφενός γιατί η απώλεια μίας μονάδας δεν την απειλεί και

αφετέρου διότι γνωρίζει ότι η εταιρεία B δεν είναι λογικό να ξεκινήσει δράσεις για τον εκτοπισμό της.⁴⁴

A	B	Φιλική αντίδραση	Επιθετική αντίδραση
Είσοδος		2,3	-1,1
Μη είσοδος		1,5	1,5

Πίνακας 5.4: Μήτρα πληρωμών παιγνίου διαδοχικών κινήσεων.

5.4.1 Τα πλεονεκτήματα μίας επιχείρησης εάν κινηθεί πρώτη ή δεύτερη

Όπως φαίνεται και από το παράδειγμα προηγουμένως, το αποτέλεσμα ενός παιγνίου με διαδοχικές κινήσεις εξαρτάται με το ποιος κάνει την πρώτη κίνηση και ποιος κάνει τη δεύτερη.

Κάποιες φορές, μία επιχείρηση κάνοντας την πρώτη κίνηση μπορεί να αυξήσει την πληρωμή που θα λάβει και θα επηρεάσει τις κινήσεις των αντιπάλων της. Επίσης, μία επιχείρηση κάνοντας την πρώτη κίνηση κάνει γνωστό στους αντιπάλους της πως θα πράξει και αυξάνει τα κέρδη της εάν οι αντίπαλοι της επιλέξουν να δράσουν προς το συμφέρον της. Σε τέτοιες περιπτώσεις μία επιχείρηση που κάνει την πρώτη κίνηση έχει

⁴⁴ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), "Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

εξασφαλίσει ένα πλεονέκτημα που έρχεται από την πρώτη της κίνηση (first-mover advantage).

Στην περίπτωση που μία επιχείρηση κινηθεί δεύτερη μπορεί να έχει μεγαλύτερη πληρωμή εάν αφήσει τους αντιπάλους της, να κινηθούν πρώτοι καθώς θα έχουν δεσμευτεί σε ένα σχέδιο δράσης το οποίο θα είναι γνωστό σε εκείνη που θα κινηθεί μετά. Όταν μπορεί μια επιχείρηση να αυξήσει την πληρωμή της, αντιδρώντας σε κινήσεις των αντιπάλων της τότε έχει το πλεονέκτημα της κίνησης ως δεύτερη (second-mover advantage).⁴⁵

5.5 Στρατηγικές κινήσεις: Δεσμεύσεις, απειλές και υποσχέσεις

Έχει αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια πως για να παρθεί μία απόφαση σχετικά με την επιλογή μίας στρατηγικής που θα ακολουθήσει μία επιχείρηση θα πρέπει πρώτα να προβλεφθούν οι πιθανές κινήσεις των αντιπάλων. Πέρα από την πρόβλεψη μπορεί να υπάρξει και χειραγώγηση των αντιπάλων μέσω τριών στρατηγικών κινήσεων, για το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

Αυτές οι τρεις στρατηγικές κινήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε σε συνδυασμό μεταξύ τους, είτε και μεμονωμένα. Η επιτυχία αυτών βασίζεται στο γεγονός ότι η επιχείρηση που θα ακολουθήσει μια τέτοια στρατηγική κίνηση, να έχει την υπόσταση ότι θα την πραγματοποιήσει.

46

⁴⁵ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), "Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

⁴⁶ Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., MICROECONOMICS, Prentice Hall, eighth edition,2012

5.5.1 Δεσμεύσεις

Οι επιχειρήσεις ανακοινώνουν ή παρουσιάζουν με κάποιο τρόπο ότι θα δεσμευτούν να πραγματοποιήσουν το σενάριο που επικαλούνται, χωρίς να τους ενδιαφέρει η στρατηγική που θα ακολουθηθεί από τους αντιπάλους τους. Οι δεσμεύσεις είναι άνευ όρων και απόλυτες πράξεις και πραγματοποιούνται από τις επιχειρήσεις για να μεγαλώσουν τις πληρωμές τους. Με άλλα λόγια, οι δεσμεύσεις, όπως κάθε στρατηγική κίνηση, πρέπει να είναι αξιόπιστη για να έχει στρατηγική αξία. Αξιόπιστη γίνεται όταν είναι μη αναστρέψιμη. Αυτό μπορεί να σημαίνει ότι θα προκαλέσει ζημία στην επιχείρηση. Ακόμα και τότε για να είναι επιτυχής αυτή η στρατηγική κίνηση πρέπει να ακολουθηθεί.

5.5.2 Απειλές

Σε αντίθεση με τις άνευ όρων δεσμεύσεις που μπορεί να ανακοινωθούν από τις επιχειρήσεις, οι απειλές αλλά και οι υποσχέσεις γίνονται υποθετικά. Ο σκοπός των απειλών είναι να χειραγωγήσουν τους απειλούμενους αντιπάλους για την αύξηση των πληρωμών στην επιχείρηση που απειλεί. Για παράδειγμα, μία επιχείρηση που ήδη είναι ενεργή σε ένα κλάδο, για να αποτρέψει την είσοδο μίας άλλης την απειλή λέγοντας της πως αν προσπαθήσει να εισέλθει στην αγορά, θα χαμηλώσει την τιμή του προϊόντος ή της υπηρεσίας και θα είναι μη κερδοφόρα η κίνηση της εισόδου. Μία απειλή για να είναι αξιόπιστη και να καταφέρει να αλλάξει την σκέψη των αντιπάλων, θα πρέπει οι αντίπαλες επιχειρήσεις να πειστούν πως η κίνηση της επιχείρησης που κάνει την απειλή, είναι προς το συμφέρον της τελευταίας.

5.5.3 Υποσχέσεις

Οι υποσχέσεις είναι επίσης μία υποθετική κίνηση που θα πρέπει να κριθούν αξιόπιστες, για να επηρεάσουν τις στρατηγικές αποφάσεις των αντιπάλων. Για παράδειγμα, μία επιχείρηση μπορεί να υποσχεθεί στους αντιπάλους της ότι δεν θα επέλθει μείωση τιμής την οποία ζητάνε οι καταναλωτές, αν δεν πράξουν αναλόγως και οι άλλες επιχειρήσεις.⁴⁷⁴⁸

⁴⁷ Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

⁴⁸ Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., MICROECONOMICS, Prentice Hall, eighth edition,2012

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η θεωρία των παιγνίων θεμελιώνεται το 1944, με το βιβλίο των John Von Neumann και Oscar Morgenstern, “Theory of games and economic behavior” και ξεκινάει την ανοδική της πορεία στον χώρο των επιστημών. Ιδιαίτερα το διάστημα στο οποίο προστέθηκε στην θεωρία, η ισορροπία κατά Nash. Είναι μία επιστήμη που εξελίσσεται συνεχώς και έχει πολλά περιθώρια βελτίωσης. Ο βαθμός σημασίας της σε όλες τις επιστήμες που εφαρμόζεται, αποδεικνύεται από την απονομή βραβείων Νόμπελ σε μελετητές της, ένας εκ των οποίων και ο John Nash.

Η θεωρία των παιγνίων μελετά και αναλύει την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο ή παραπάνω ατόμων και γενικότερα οντοτήτων (επιχειρήσεις, πολιτικά κόμματα, κλπ.), των οποίων οι αποφάσεις λαμβάνονται με βάση τη μεγιστοποίηση του οφέλους τους. Η απόφαση που ακολουθείται για τη λήψη των ενεργειών αυτών ορίζεται ως στρατηγική. Στη συνέχεια, η ανάλυση των ενεργειών των αντιπάλων με τη χρήση της θεωρίας των παιγνίων, μπορεί να οδηγήσει στην πρόβλεψη των κινήσεων των ανταγωνιστών.

Έπαιξε καθοριστικό ρόλο στη μελέτη του ολιγοπωλίου και στον τρόπο συμπεριφοράς των επιχειρήσεων στο ολιγοπώλιο.

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκαν οι βασικές αρχές της θεωρίας των παιγνίων, πως εφαρμόζεται η θεωρία στο ολιγοπώλιο και οι στρατηγικές αποφάσεις που λαμβάνουν οι επιχειρήσεις. Παρουσιάστηκαν παραδείγματα και οι λύσεις αυτών για την κατανόηση της θεωρίας και την ανάδειξη της χρησιμότητας της. Κομμάτια της

θεωρίας των παιγνίων που δεν αναλύθηκαν στην παρούσα εργασία και θα μπορούσαν να αναλυθούν σε μελλοντικές εργασίες, είναι η εφαρμογή της σε άλλους κλάδους πέρα του οικονομικού.

Εν κατακλείδι, η θεωρία των παιγνίων αποτελεί ένα πολύ σημαντικό και χρήσιμο εργαλείο στη λήψη αποφάσεων των επιχειρήσεων και όχι μόνο αυτών, μπορεί να εφαρμοστεί στην καθημερινότητα μας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΞΕΝΗ

Beckman S.,(2003), “Cournot and Bertrand Games”, Journal of economic Education,

<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00220480309595198>

Maurice C. S. and Thomas C. R. ,(2016), “Managerial Economics: Foundations of business analysis and strategy, 12th edition

Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., “MICROECONOMICS”, Prentice Hall, 8th edition,2012

Osborne M. J. and Rubinstein A. , (1994), “A course in game theory”, 1st edition, MIT press.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

Βαρουφάκης, Γ. (2007), “Θεωρία παιγνίων”, Gutenberg, Αθήνα

Γιαννέλης Δ. – Παντελίδης Π. , (2014), “Εισαγωγή στην οικονομική θεωρία”, Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Muzinitova M., (2013),“Εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων στο στρατηγικό μάνατζμεντ”, ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη

Διαδίκτυο

<https://el.wikipedia.org/wiki>

<http://www.math.upatras.gr>

<http://www.investopedia.com>

<http://www.euretirio.com>

<https://mediasrv.aua.gr>

<https://eclass.pat.teiwest.gr/eclass>

<http://users.uom.gr>

<https://sawyervalk.files.wordpress.com>